



PRESENTACIÓN

Breve descripción:

El Álgebra Lineal es la rama de la Matemáticas que se dedica al estudio de los espacios vectoriales y sus aplicaciones lineales. El cálculo matricial permite abordar cuestiones tales como: resolver un sistema de ecuaciones lineales, descomponer un vector como combinación lineal de otros vectores dados, transformar linealmente los vectores de un espacio vectorial en otros del mismo espacio, averiguar qué vectores no cambian de dirección cuando se transforman linealmente, y otras muchas, todas ellas relevantes en las aplicaciones prácticas.

Los avances tecnológicos actuales están muy ligados al cálculo matricial. Como botón de muestra, el buscador de Google, permite clasificar la información que uno desea en función de su relevancia en la red, apoyándose en un algoritmo original que se basa en un problema de valores y vectores propios.

Titulación (Módulo/Materia):

- Ingeniería en Tecnologías Industriales (Formación Básica/ Matemáticas y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería Mecánica (Formación Básica/ Matemáticas y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería Eléctrica (Formación Básica/ Matemáticas y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería en Electrónica Industrial (Formación Básica/ Matemáticas y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería en Sistemas de telecomunicación (Formación Básica/ Matemática y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería en Organización Industrial (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería en Diseño industrial y Desarrollo de productos (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería Biomédica (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)

Detalles:

- **ECTS:** 6 ECTS
- **Curso, semestre:** 1º curso, 1º semestre
- **Carácter:** Obligatorio
- **Idioma:** Castellano

Profesores de la asignatura:

- Insausti Sarasola, Xabier / Profesor titular
- Suescun Cruces, Ángel María / Profesor colaborador



Universidad
de Navarra

INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA MECÁNICA

CB1- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CE1- Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA ELÉCTRICA

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.



Universidad de Navarra

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio;

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CG6 - Proporcionar bases sólidas en ciencias, tecnología, dirección de operaciones, producción y gestión de empresas.

INGENIERÍA EN DISEÑO INDUSTRIAL Y DESARROLLO DE PRODUCTOS

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio;

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN INGENIERÍA BIOMÉDICA

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.



CG1 - La formación debe proporcionar al egresado una base científica sólida que permita abordar con rigor los retos profesionales del sector biomédico.

CE29 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

PROGRAMA

- 1. MATRICES:** Definiciones. Operaciones con matrices. Inversa de una matriz regular. Matrices por bloques. Matrices cuadradas especiales.
- 2. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.** Definiciones. Estructura de las soluciones. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan. Cálculo de la inversa de una matriz regular. Factorización LU y sus variantes. Factorización de Cholesky. Coste computacional.
- 3. DETERMINANTES:** Definiciones. Propiedades. Cálculo práctico de determinantes.
- 4. ESPACIOS VECTORIALES:** Definiciones. Subespacios vectoriales. Subespacios generados. Dependencia e independencia lineal. Bases y dimensión. Ecuaciones implícitas y paramétricas. Suma e intersección de subespacios. Cambio de base.
- 5. APLICACIONES LINEALES:** Definiciones. Propiedades. Transformaciones lineales. Núcleo e imagen de una aplicación lineal. Matriz de una aplicación lineal. Núcleo e imagen de una matriz. Rango y nulidad. Cambio de base.
- 6. PRODUCTO ESCALAR:** Definiciones. Ortogonalidad y norma inducida. Bases ortonormales. Expresión del producto escalar en una base ortonormal. Componentes de un vector en una base ortonormal. Métrica inducida. Proyección ortogonal. Matrices unitarias y ortogonales. Método de Gram-Schmidt. Factorización QR.
- 7. VALORES Y VECTORES PROPIOS:** Definiciones. Obtención de los valores y vectores propios. Diagonalización de una matriz cuadrada. Criterios de diagonalización. Polinomio característico y fórmulas de Vieta. Teorema de Cayley-Hamilton. Método de la potencia. Método QR.
- 8. DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES NORMALES:** Diagonalización de matrices hermíticas. Clasificación de matrices hermíticas. Obtención de las matrices Q y D. Método QR para matrices hermíticas. Descomposición en valores singulares (SVD). Formas cuadráticas reales.
- 9. DIFICULTADES AL RESOLVER $Ax=b$:** Norma espectral. Análisis de estabilidad en sistemas de ecuaciones. Método de Gauss con pivotamiento parcial. El problema de los mínimos cuadrados y ecuaciones normales. La solución de norma mínima. Matriz pseudoinversa y de proyección ortogonal.

1. MATRICES: Definitions. Matrix operations. Inverse of an invertible matrix . Block matrices. Special square matrices.



2. SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS. Definitions. Structure of the solution set. Gauss and Gauss-Jordan methods. Computation of the inverse of an invertible matrix. LU factorization. Cholesky factorization. Computational cost.

3. DETERMINANTS: Definitions. Properties. Practical computation of determinants.

4. VECTOR SPACES: Definitions. Vector subspaces. Generated subspaces. Linear dependence and independence. Bases and dimension. Implicit and parametric equations. Sum and intersection of subspaces. Change of basis.

5. LINEAR APPLICATIONS: Definitions. Properties. Linear transformations. Kernel and range of a linear application. Matrix of a linear application. Kernel and range of a matrix. Rank and nullity. Change of basis.

6. INNER PRODUCT: Definitions. Orthogonality and induced norm. Orthonormal bases. Expression of the inner product in an orthonormal basis. Components of a vector in an orthonormal basis. Induced metric. Orthogonal projection. Unitary and real orthogonal matrices. Gram-Schmidt method. QR factorization.

7. EIGENVALUES AND EIGENVECTORS: Definitions. Computation of eigenvalues and eigenvectors. Diagonalization of square matrices. Diagonalization criteria. Characteristic polynomial and Vieta formulas. Cayley-Hamilton theorem. Power method. QR method.

8. DIAGONALIZATION OF NORMAL MATRICES: Diagonalization of hermitian matrices. Classification of hermitian matrices. Obtention of the Q and D matrices. QR method for hermitian matrices. Singular value decomposition (SVD). Real quadratic forms.

9. DIFFICULTIES WITH $Ax=b$: Spectral norm. Stability analysis on systems of linear equations. Partial pivoting. Least squares. Minimum norm solution. Pseudoinverse and orthogonal projection matrices.

ACTIVIDADES FORMATIVAS

Clases presenciales

En las clases presenciales se alternan los contenidos de teoría con ejemplos para que el alumnado comprenda mejor los conceptos y a su vez pueda ir trabajando los problemas propuestos semanalmente por los profesores. Se deberá asistir a clase con los contenidos de las clases anteriores asimilados para poder comprender los nuevos conceptos que se vayan introduciendo.

Seminarios de problemas

Todas las semanas tendrá lugar un seminario de problemas para resolver las dudas de los alumnos sobre los problemas propuestos.

Estudio personal

- El alumnado deberá estudiar individualmente la materia explicada en cada clase cuanto antes; a ser posible antes de la clase siguiente ya que cada concepto y tema se suelen fundamentar en los anteriores.



Universidad de Navarra

- Combinará sus apuntes de clase, las notas de la asignatura preparadas por los profesores y la consulta en la bibliografía recomendada.
- Además de los ejemplos resueltos durante las clases, el alumnado trabajará por su cuenta los problemas que semanalmente propondrán los profesores. Además, se cuenta con módulos teóricos de otros años y problemas grabados en video accesibles desde la sección de contenidos de ADI.

EVALUACIÓN

CONVOCATORIA ORDINARIA

El total de la calificación ordinaria se obtiene de la realización del examen final ordinario y de exámenes parciales. Estos exámenes evaluarán contenidos teóricos y prácticos.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

El total de la calificación extraordinaria se obtiene de la realización del examen final extraordinario. Este examen evaluará contenidos teóricos y prácticos.

HORARIOS DE ATENCIÓN

Los profesores de Álgebra estarán disponibles para consultas de dudas de forma individual previa petición de cita. El horario se establecerá al principio del curso.

Así mismo, durante los seminarios de problemas se atenderán dudas de manera colectiva.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica

Libro de apuntes de los profesores

Carl D. Meyer, "Matrix Analysis and Applied Linear Algebra" ISBN-13: 978-0898714548
[Localízalo en la Biblioteca](#)

Flaquer, J., Olaizola, J., Olaizola, J. "Curso de Álgebra Lineal (Contiene Libro electrónico de Álgebra Lineal en CD-ROM)", EUNSA, 563 pp, 2004 (3ª Edición) [Localízalo en la Biblioteca](#)

Bibliografía complementaria

Strang, G. "Linear Algebra and its Applications". [Localízalo en la Biblioteca](#)

David C. Lay, "Linear Algebra and its Applications", Pearson International Edition 2006 (3rd edition) [Localízalo en la Biblioteca](#)