



PRESENTACIÓN

Breve descripción:

La asignatura de Cálculo se centra en el estudio y análisis de funciones reales de una variable real y sus propiedades. Es una base fundamental para el desarrollo de conocimientos matemáticos avanzados y su aplicación en diversas disciplinas científicas y técnicas.

Durante el curso, se estudian diferentes tipos de funciones (racionales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas) y sus propiedades, y se analiza su comportamiento en términos de límites, continuidad y derivabilidad.

Además, se profundiza en el análisis local de funciones, estudiando sus máximos y mínimos, concavidad y convexidad, y se introduce la fórmula de Taylor, que permite aproximar funciones mediante un polinomio.

La asignatura también incluye el estudio de las integrales definidas y sus propiedades, así como las sucesiones y series numéricas y funcionales, que son fundamentales en el análisis matemático.

Titulación (Módulo/Materia):

- Ingeniería en Tecnologías Industriales (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería Mecánica (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería Eléctrica (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería en Electrónica Industrial (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
- Ingeniería en Sistemas de telecomunicación (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería en Organización Industrial (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería en Diseño industrial y Desarrollo de productos (Formación Básica/Matemática y Ciencias de la Computación)
 - Ingeniería Biomédica (Formación Básica/ Matemática y Ciencias de la Computación)

Detalles:

- **ECTS:** 6 ECTS
- **Curso, semestre:** 1.º curso, 1.º semestre
- **Carácter:** Obligatorio
- **Idioma:** Castellano

Profesores de la asignatura:



Universidad de Navarra

- Blanco del Prado, Carmen / Profesor contratado doctor
- de Zárraga Rodríguez, Marta / Profesor contratado doctor

COMPETENCIAS

INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CE32 - Capacidad de resolver problemas de métodos numéricos para ecuaciones diferenciales y capacidad para aplicar técnicas de optimización matemática.

INGENIERÍA MECÁNICA

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA ELÉCTRICA

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL



Universidad de Navarra

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio;

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CG6 - Proporcionar bases sólidas en ciencias, tecnología, dirección de operaciones, producción y gestión de empresas.

INGENIERÍA EN DISEÑO INDUSTRIAL Y DESARROLLO DE PRODUCTOS

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.



INGENIERÍA EN INGENIERÍA BIOMÉDICA

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CG1 - La formación debe proporcionar al egresado una base científica sólida que permita abordar con rigor los retos profesionales del sector biomédico.

CE29 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

PROGRAMA

- 1. LA RECTA REAL.** El conjunto \mathbb{R} de los números reales. Ordenación en \mathbb{R} : la recta real. Conjuntos acotados. Distancia (valor absoluto). Intervalos y entornos en \mathbb{R} .
- 2. LÍMITES Y CONTINUIDAD.** Definiciones generales. Operaciones con funciones. Límite de una función en un punto. Propiedades de los límites. Operaciones con límites finitos. Operaciones con límites infinitos. Infinitésimos e infinitos. Infinitésimos e infinitos equivalentes. Continuidad de una función en un punto y en un intervalo. Discontinuidad en un punto. Operaciones con funciones continuas. Continuidad de la función compuesta. Propiedades de las funciones continuas. Funciones monótonas.
- 3. FUNCIONES FUNDAMENTALES.** Función polinómica. Función racional. Función valor absoluto. Funciones trigonométricas y sus inversas. Función exponencial. Función logaritmo. Funciones hiperbólicas y sus inversas. Orden de infinitos.
- 4. DERIVABILIDAD Y DIFERENCIABILIDAD.** Derivabilidad de una función en un punto. Función derivada. Derivadas de las funciones elementales. Relación entre derivabilidad y continuidad. Operaciones con funciones derivables. Derivabilidad de la función compuesta. Derivada de la función inversa. Función diferenciable. Diferencial de una función.
- 5. ESTUDIO LOCAL DE FUNCIONES.** Definiciones generales. Propiedades de las funciones derivables: Puntos estacionarios, teoremas de Rolle y del valor medio. Aplicación de la derivada al estudio local de $f(x)$: crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, concavidad y convexidad.
- 6. LA FÓRMULA DE TAYLOR.** Polinomio de Taylor. Fórmula de Taylor.
- 7. LA INTEGRAL INDEFINIDA.** Primitivas. Métodos de integración. Integración por cambio de variable. Integración por partes. Integración de funciones racionales. Integrales de funciones reducibles a racionales.
- 8. LA INTEGRAL DEFINIDA.** Sumas de Riemann. Integral de Riemann. Funciones integrables según Riemann. Propiedades de la integral de Riemann. Integral definida y primitivas: Primer Teorema fundamental del cálculo integral. Segundo teorema fundamental de cálculo integral: Regla de Barrow. Cálculo de la integral definida por cambio de variable y por partes.



9. INTEGRALES IMPROPIAS. Integrales de funciones acotadas en intervalos no acotados. Integrales de funciones no acotadas en intervalos acotados. Criterios de convergencia para integrales impropias de funciones no negativas.

10. SUCESIONES NUMÉRICAS. Definiciones generales. Clasificación de sucesiones. Sucesiones monótonas. Operaciones con límites finitos. Operaciones con límites infinitos. Sucesiones asintóticamente equivalentes. Criterio de la raíz y el cociente para el cálculo de límites.

11. SERIES NUMÉRICAS Y FUNCIONALES. Definiciones generales. Serie geométrica. Condición necesaria de convergencia. Series de términos positivos. Criterios prácticos de convergencia para series de términos positivos. La serie armónica general. Series absolutamente convergentes. Series alternadas. Series funcionales. Series de potencias. Radio de convergencia.

1. THE REAL NUMBERS. The real numbers. Order relation in \mathbb{R} . Bounded sets. Distance. Intervals and balls.

2. LIMITS AND CONTINUITY. General definitions. Limits and limits at infinity. Limits properties. Algebraic limit laws. Equivalent infinitesimals and infinities. Continuity. Types of discontinuities. Operations on continuous functions. Continuity and composition of functions. Properties of continuous functions. Monotonic functions.

3. ELEMENTARY FUNCTIONS. Polynomial function. Rational function. Absolute value function. Trigonometric functions and their inverse functions. Exponential function. Logarithmic function. Hyperbolic functions and their inverse.

4. THE DERIVATIVE AND DIFFERENTIATION. The derivative. The derivative as a function. Derivative of basic elementary functions. Derivability and continuity. The chain rule. Derivative of the inverse function. Differentiable functions. The differential.

5. LOCAL STUDY OF FUNCTIONS. General definitions: increasing and decreasing functions, maxima and minima, convexity and concavity, point of inflexion, asymptotes. Rolle's theorem. The mean value theorem. L'Hôpital's rule. Derivatives and the shape of a graph. Applied optimization problems.

6. TAYLOR'S FORMULA. Taylor's polynomial. Taylor's theorem.

7. THE INDEFINITE INTEGRAL. Antiderivative. Indefinite integrals. Simplest integration rules. Integration by parts and by change of variable. Integration of rational functions.

8. THE DEFINITE INTEGRAL. Riemann sums and the Riemann Integral. The fundamental theorem of calculus. Barrow's rule. Integration by parts and by change of variable in the definite integrals.

9. IMPROPER INTEGRALS.

10. SEQUENCES. General definitions. Convergence and divergence. Monotonic sequences. Algebraic limit laws. Asymptotically equivalent series. Ratio and Root tests.

11. INFINITE SERIES. General definitions. Geometric series. Necessary condition of convergence. Positive series. Test for positive series. Harmonic series. Absolute convergence. Alternating series. Power series. Radius of convergence.



Universidad
de Navarra

ACTIVIDADES FORMATIVAS

La dedicación de 150-180h (6 ECTS) a la asignatura de Cálculo se divide en las siguientes actividades formativas:

Clases presenciales teóricas: 20 horas

Clases presenciales prácticas, laboratorios o talleres: 40 horas

Tutorías: 1 horas

Estudio personal: 111 horas

Evaluación: 8 horas

METODOLOGÍAS DOCENTES

- Clases expositivas
- Entrevista personal con el profesor de la asignatura
- Estudio del alumno basado en diferentes fuentes de información
- Realización de pruebas evaluadas

Las clases presenciales (en aula) incluirán tanto el **desarrollo teórico** de la asignatura como la resolución de **ejercicios prácticos**. Se deja a disposición de los estudiantes material de estudio (en el área interna) para el seguimiento de la asignatura y el estudio personal orientado a la adquisición de los conocimientos, conceptos y capacidades. El material de estudio incluye ejercicios propuestos para su resolución, soluciones a los ejercicios, ejemplos de exámenes de otros años, vídeos y tutoriales, etc.

Los profesores estarán a disposición de los estudiantes para **atender dudas** y ayudar, de manera más personalizada, a la adquisición de los conocimientos, habilidades y destrezas.

Durante el cuatrimestre se realizarán diferentes **pruebas evaluadas** para evaluar el avance de los estudiantes, así como un examen final en la fecha indicada en el cronograma (área interna).

EVALUACIÓN

CONVOCATORIA ORDINARIA

- Prueba 1 (P1)
 - Puntuación: 2,5 puntos
 - Fecha: Sábado, 30 de septiembre. De 8:30 a 10:00
- Prueba 2 (P2)
 - Puntuación: 3,5 puntos
 - Fecha: Viernes, 27 de octubre. De 16:30 a 18:00
- Examen final
 - Fecha: Martes, 5 de diciembre a las 9:00



Universidad de Navarra

- Contenido: El examen constará de tres partes (F1, F2 y F3). Las dos primeras partes cubrirán el mismo temario que las pruebas P1 y P2. El contenido de la tercera parte F3 será el resto de la materia.
- Puntuación: F1 (2,5 puntos) + F2 (3,5 puntos) + F3 (3,5 puntos)
- Evaluación continua (EC) Contenido: Todas las actividades evaluables que se hagan durante el curso (test semanales, test en clase, cuadernos de Codex, etc.)
 - Puntuación: 0,5 punto

La nota final será $\max(P1, F1) + \max(P2, F2) + F3 + EC$

Para aprobar la asignatura se deberá obtener por lo menos un 5.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Se realizará un único examen de toda la materia que contará el 100% de la nota. No se tendrán en cuenta las calificaciones obtenidas en los parciales y evaluación continua de la convocatoria ordinaria.

Fecha: Martes, 9 de enero a las 9:00.

HORARIOS DE ATENCIÓN

Los **lunes de 16:00 a 17:30 en el Aula 2** tendrá lugar un **seminario** para resolver dudas de los problemas previamente propuestos de los temas que se indican en la sección *Planificación*.

Así mismo, los profesores estarán disponibles para consultas de dudas de forma individual, previa **petición de cita por correo electrónico**.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica

Libro de apuntes de los profesores

Thomas GB Jr., Finney RL. *"Cálculo con geometría analítica"*, Addison-Wesley Iberoamericana, 6ª edición. Wilmington, Delaware, EE.UU, 1987. 2 volúmenes: 1125 pp. [Localízalo en la biblioteca](#) Vol.I , [Localízalo en la biblioteca](#) Vol.II

García A, López A y otros. *"Cálculo I. Teoría y problemas de Análisis Matemático de una variable"*. 2ª edición. Ed. CLAGSA, Madrid. 1994. 630 pp. [Localízalo en la biblioteca](#)

Bibliografía complementaria

Courant R, John F. *"Introducción al cálculo y al análisis matemático"* (Vol. 1 y 2). Ed. Limusa. 7ª ed. México D.F., 1988. Vol. 1: 670 pp. Vol. 2: 1029 páginas. [Localízalo en la biblioteca](#)
[Localízalo en la biblioteca](#)

Bartle R.G. *"Introducción al análisis matemático"*. Ed. Limusa. México D.F., 1982. 519 pp. [Localízalo en la biblioteca](#)