Universidad de Navarra

Cálculo (Ingenieros)
Guía docente 2026-27

PRESENTACIÓN

Breve descripción

La asignatura de Cálculo se centra en el estudio y análisis de funciones reales de una variable real y sus propiedades. Es una base fundamental para el desarrollo de conocimientos matemáticos avanzados y su aplicación en diversas disciplinas científicas y técnicas.

Durante el curso, se estudian diferentes tipos de funciones (racionales, trigonométricas, exponenciales, logarítmicas...) y sus propiedades, y se analiza su comportamiento en términos de límites, continuidad y derivabilidad.

Además, se profundiza en el análisis local de funciones, estudiando sus máximos y mínimos, concavidad y convexidad, y se introduce la fórmula de Taylor, que permite aproximar funciones mediante un polinomio.

La asignatura también incluye el estudio de las integrales y sus propiedades, así como las sucesiones numéricas y las series numéricas y funcionales, que son fundamentales en el análisis matemático.

Titulación (Módulo / Materia)

- Ingeniería en Tecnologías Industriales (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería Mecánica (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería Eléctrica (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería en Electrónica Industrial (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería en Sistemas de Telecomunicación (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería en Organización Industrial (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Productos (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería Biomédica (Formación básica / Matemática básica)
- Ingeniería en Inteligencia Artificial (Formación básica / Matemática básica)

Detalles

- **ECTS:** 6 ECTS
- **Curso, semestre:** 1er curso, 1er semestre
- **Carácter:** Básica
- **Idioma:** Castellano

Profesores de la asignatura

- Blanco del Prado, Carmen / Profesor contratado doctor
- de Zárraga Rodríguez, Marta / Profesor titular

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R55 - Capacidad de resolver problemas de métodos numéricos para ecuaciones diferenciales y capacidad para aplicar técnicas de optimización matemática.

INGENIERÍA MECÁNICA

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R24 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

INGENIERÍA ELÉCTRICA

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R2 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

R3 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R22 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

INGENIERÍA EN SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA EN ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R40 - Proporcionar bases sólidas en ciencias, tecnología, dirección de operaciones, producción y gestión de empresas.

INGENIERÍA EN DISEÑO INDUSTRIAL Y DESARROLLO DE PRODUCTOS

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R3 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

INGENIERÍA BIOMÉDICA

R1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

R23 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R31 - La formación debe proporcionar al egresado una base científica sólida que permita abordar con rigor los retos profesionales del sector biomédico.

INGENIERÍA EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL

R1 - Describir los fundamentos de álgebra lineal; geometría, geometría diferencial, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, métodos numéricos, algorítmica numérica, estadística y optimización para resolver problemas matemáticos aplicados al ámbito de la Ingeniería.

PROGRAMA

Universidad de Navarra

1. La recta real: Números reales. Subconjuntos de R. Conjuntos acotados. Intervalos y entornos. Distancia y valor absoluto.

2. Límites y continuidad: Funciones reales de una variable real. Operaciones con funciones. Transformación de gráficas de funciones. Límites de funciones. Propiedades de los límites. Operaciones con límites. Continuidad de funciones. Operaciones con funciones continuas. Propiedades de las funciones continuas. Funciones monótonas.

3. Funciones fundamentales: Función polinómica. Función racional. Función valor absoluto. Funciones trigonométricas. Funciones inversas de las trigonométricas. Función exponencial. Función logarítmica. Funciones hiperbólicas. Funciones inversas de las hiperbólicas. Función potencial. Infinitésimos e infinitos.

4. Derivabilidad y diferenciabilidad: Derivabilidad de funciones reales de una variable real. Relación entre derivabilidad y continuidad. Operaciones con funciones derivables. Diferenciabilidad.

5. Estudio local de funciones: Crecimiento y decrecimiento. Extremos relativos y absolutos. Teoremas para el estudio local de funciones (teorema de Rolle y teorema del valor medio). Curvatura. Puntos de inflexión.

6. Fórmula de Taylor: Polinomio de Taylor. Teorema de Taylor. Teoremas para el estudio local de funciones con derivadas sucesivas nulas.

7. Integrales indefinidas: Integral indefinida. Método de integración por cambio de variable. Método de integración por partes. Integración de funciones racionales. Integración de funciones reducibles a funciones racionales.

8. Integrales definidas: Integral de Riemann. Propiedades de la integral de Riemann. Relación entre la integral de Riemann y las primitivas (primer y segundo teorema fundamental del cálculo integral). Método de integración por cambio de variable para integrales definidas. Método de integración por partes para integrales definidas. Cálculo del área de regiones planas.

9. Integrales impropias: Integración de funciones acotadas en intervalos no acotados. Integración de funciones no acotadas en intervalos acotados. Integración de funciones no acotadas en intervalos no acotados. Criterios de convergencia para integrales impropias de funciones no negativas.

10. Sucesiones numéricas: Sucesiones numéricas. Clasificación de sucesiones numéricas. Propiedades de las sucesiones convergentes. Propiedades de las sucesiones divergentes. Sucesiones monótonas. Sucesiones asintóticamente equivalentes. Criterios para el cálculo del límite de sucesiones.

11. Series numéricas y funcionales: Series numéricas. Serie geométrica. Serie armónica general. Propiedades de las series numéricas. Series de términos positivos. Series absolutamente convergentes. Series alternadas. Series funcionales. Series de potencias.

---

1. The real line: Real numbers. Subsets of R. Bounded sets. Intervals and neighbourhoods. Distance and absolute value.

2. Limits and continuity: Real-valued functions of a real variable. Operations with functions. Transformation of function graphs. Limits of functions. Properties of limits. Operations with limits. Continuity of functions. Operations with continuous functions. Properties of continuous functions. Monotonic functions.

3. Elementary functions: Polynomial function. Rational function. Absolute value function. Trigonometric functions. Inverse functions of the trigonometric functions. Exponential function. Logarithmic function. Hyperbolic functions. Inverse functions of the hyperbolic functions. Power function. Infinitesimals and infinites.

4. Differentiability: Differentiability of real-valued functions of a real variable. Relationship between differentiability and continuity. Operations with differentiable functions. Differentials.

5. Local study of functions: Increasing and decreasing intervals. Local and absolute extrema. Theorems for the local study of functions (Rolle's theorem and mean value theorem). Curvature. Inflection points.

6. Taylor's formula: Taylor polynomial. Taylor's theorem. Theorems for the local study of functions with successive vanishing derivatives.

7. Indefinite integrals: Indefinite integral. Integration by substitution method. Integration by parts method. Integration of rational functions. Integration of functions reducible to rational functions.

8. Definite integrals: Riemann integral. Properties of the Riemann integral. Relationship between the Riemann integral and the primitives (first and second fundamental theorem of integral calculus). Integration by substitution method for definite integrals. Integration by parts method for definite integrals. Calculation of the area of plane regions.

9. Improper integrals: Integration of bounded functions on unbounded intervals. Integration of unbounded functions on bounded intervals. Integration of unbounded functions on unbounded intervals. Convergence tests for improper integrals of non-negative functions.

10. Numerical sequences: Numerical sequences. Classification of numerical sequences. Properties of convergent sequences. Properties of divergent sequences. Monotonic sequences. Asymptotically equivalent sequences. Tests for the calculation of the limit of sequences.

11. Numerical and functional series: Numerical series. Geometric series. General harmonic series. Properties of numerical series. Series of positive terms. Absolutely convergent series. Alternating series. Functional series. Power series.

ACTIVIDADES FORMATIVAS

La dedicación de 150-180 horas (6 ECTS) a la asignatura de Cálculo se divide en las siguientes actividades formativas.

Clases expositivas (60 horas)

Las clases expositivas (presenciales en aula) incluirán tanto el desarrollo de conceptos teóricos de la asignatura como la resolución de ejercicios/problemas.

Tutorías (1 hora)

Los profesores estarán a disposición de los estudiantes para atender dudas y ayudar, de manera más personalizada, a la adquisición de los conocimientos, habilidades y destrezas.

Estudio personal (111 horas)

El alumnado deberá estudiar por cuenta propia la teoría impartida en cada clase expositiva y trabajar los ejercicios propuestos por los profesores. Para facilitar el seguimiento de la asignatura y el estudio personal, los estudiantes dispondrán de material de estudio que incluye ejercicios propuestos, ejemplos de exámenes de otros años, vídeos y tutoriales.

Evaluación (8 horas)

Universidad de Navarra

Durante el semestre se realizarán pruebas intermedias pare evaluar el avance de los estudiantes, así como un examen final.

EVALUACIÓN

Atención: Se recuerda que cualquier intento de fraude, copia, plagio u otro comportamiento irregular supone una infracción grave y, como tal, es sancionable de acuerdo con el Sistema de normas sobre la convivencia en la Universidad de Navarra (Título IV "Normas de disciplina académica de los estudiantes").

Los estudiantes con necesidades específicas de apoyo educativo deberán ponerse en contacto con Coordinación de Estudios para solicitar la adaptación del sistema de evaluación y/o la ampliación del tiempo asignado a la realización de los exámenes. Para que la adaptación se tenga en cuenta en una prueba evaluada o examen, el estudiante tiene que presentar la solicitud con al menos 15 días de antelación.

CONVOCATORIA ORDINARIA

- Prueba 1 (P1):
  - Puntuación: 2,5 puntos.
  - Fecha: lunes 5 de octubre.
- Prueba 2 (P2):
  - Puntuación: 3,5 puntos.
  - Fecha: lunes 2 de noviembre.
- Examen final:
  - Contenido: El examen constará de tres partes (F1, F2 y F3). Las dos primeras partes cubrirán el mismo temario que las pruebas P1 y P2. El contenido de la tercera parte F3 será el resto de la materia.
  - Puntuación: F1 (2,5 puntos) + F2 (3,5 puntos) + F3 (4 puntos).
  - Fecha: Viernes, 4 de diciembre.

La nota final será máx (P1, F1) + máx (P2, F2) + F3.

Para aprobar la asignatura se deberá obtener por lo menos un 5.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Se realizará un único examen de toda la materia que contará el 100% de la nota. No se tendrán en cuenta las calificaciones obtenidas en los parciales de la convocatoria ordinaria.

Martes, 12 de enero.

BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía básica

- Libro de apuntes de los profesores.
- G. B. Thomas y R. L. Finney, *Cálculo con geometría analítica*, Vol. I y II, 6ª edición, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987. Localízalo en la biblioteca (Vol. I), Localízalo en la biblioteca (Vol. II)
- A. García, F. García, A. Gutiérrez, A. López, G. Rodríguez y A. de la Villa, *Cálculo I. Teoría y problemas de análisis matemático en una variable*, 2ª edición, Clag, 1994. Localízalo en la biblioteca

Bibliografía complementaria

- T. M. Apostol, *Calculus*, Vol. I, 2ª edición, John Wiley & Sons, 1967. Localízalo en la biblioteca
- T. M. Apostol, *Mathematical analysis*, 2ª edición, Addison-Wesley, 1974. Localízalo en la biblioteca
- W. Rudin, *Principles of mathematical analysis*, 3ª edición, McGraw-Hill, 1976. Localízalo en la biblioteca

HORARIOS DE ATENCIÓN

Semanalmente se organizarán seminarios para resolver dudas de los problemas previamente propuestos en cada tema (indicados en la sección Planificación). El horario y el lugar de la sesión de dudas será los lunes de 16:30 a 18:00 en el Aula 4.

Además, los profesores estarán disponibles para consultas de dudas de forma individual, previa petición de cita por correo electrónico.

- Blanco del Prado, Carmen: cblanco@unav.es (Despacho D28, primera planta, Edificio Ibaeta)
- de Zárraga Rodríguez, Marta: mzarraga@unav.es (Despacho D27, primera planta, Edificio Ibaeta)