Universidad de Navarra

***Ecuaciones diferenciales (Ing.Gr.)***
*Guía docente 2026-27*

# PRESENTACIÓN

**Breve descripción**:

Tras haber estudiado el curso pasado cálculo diferencial e integral para funciones de una y varias variables reales, la asignatura Ecuaciones Diferenciales aborda el cálculo diferencial e integral para funciones complejas de una variable compleja y una introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, así como su resolución utilizando métodos numéricos. Se desea asimismo que el alumno adquiera la capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería aplicando los conocimientos adquiridos sobre cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales y métodos numéricos.

**Titulación (Módulo/Materia)**:

- Ingeniería en Tecnologías Industriales (Formación Básica/Matemáticas Básica)
- Ingeniería Mecánica (Formación Básica/Matemáticas Básica)
- Ingeniería Eléctrica (Formación Básica/Matemáticas Básica)
- Ingeniería en Electrónica Industrial (Formación Básica/Matemáticas Básica)
  - Ingeniería en Sistemas de Telecomunicación (Formación Básica /Matemática Básica)
  - Ingeniería en Organización Industrial (Formación Básica/Matemática Básica)
  - Ingeniería Biomédica (Formación Básica/Matemática Básica)
- Ingeniería en Inteligencia Artificial (Formación Básica /Matemática Básica)

**Detalles**:

- **ECTS**: 6 ECTS
- **Curso, semestre**: 2.º curso, 1.º semestre
- **Carácter**: Obligatorio
- **Idioma**: Castellano

**Profesores de la asignatura**:

- de Zárraga Rodríguez, Marta / Profesora Titular
- Gutiérrez Gutiérrez, Jesús / Catedrático

# RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Competencias)

### INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R55 - Capacidad de resolver problemas de métodos numéricos para ecuaciones diferenciales y capacidad para aplicar técnicas de optimización matemática.

### INGENIERÍA MECÁNICA

R24 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**INGENIERÍA ELÉCTRICA**

R2 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

R3 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL**

R22 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

## INGENIERÍA EN SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

## INGENIERÍA EN ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

R2 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

R40 - Proporcionar bases sólidas en ciencias, tecnología, dirección de operaciones, producción y gestión de empresas.

## INGENIERÍA EN INGENIERÍA BIOMÉDICA

R31 - La formación debe proporcionar al egresado una base científica sólida que permita abordar con rigor los retos profesionales del sector biomédico.

R23 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

## INGENIERÍA EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL

R1 - Describir los fundamentos de álgebra lineal; geometría, geometría diferencial, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, métodos numéricos, algorítmica numérica, estadística y optimización para resolver problemas matemáticos aplicados al ámbito de la Ingeniería.

Universidad de Navarra

# PROGRAMA

- **Temas de variable compleja**

1. **Los números complejos**. Definición. Estructura de cuerpo. Forma binomial. Conjugación y módulo. Representación geométrica. Expresiones módulo-argumental y trigonométrica. Potencias naturales y enteras. Raíces y potencias racionales.
2. **Derivación**. Funciones complejas de una variable compleja. Representación gráfica. Límite. Continuidad. Derivabilidad. Condiciones de Cauchy-Riemann. Funciones analíticas y armónicas.
3. **Funciones elementales**. La función exponencial. Funciones trigonométricas. Logaritmos de un número complejo. Potencias complejas. Funciones hiperbólicas.
4. **Integración**. Integral definida de una función compleja de variable real. Integrales de contorno. Primitivas. Teorema de Cauchy-Goursat. Fórmula integral de Cauchy.
5. **Desarrollos en serie**. Series de potencias. Desarrollo en serie de Taylor. Desarrollo en serie de Laurent. Transformada Z. Desarrollo en serie de Fourier.

- **Temas de ecuaciones diferenciales**

1. **Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden**. Concepto de ecuación diferencial ordinaria de orden n. Teorema de existencia y unicidad de solución del problema de valor inicial de primer orden.
2. **Ecuaciones de variables separables y ecuaciones exactas**. Ecuaciones diferenciales de variables separables. ecuaciones diferenciales homogéneas. Ecuaciones diferenciales exactas. Factores integrantes.
3. **Ecuaciones lineales de primer orden**. Teorema de existencia y unicidad de solución del problema de valor inicial. Estructura del conjunto de soluciones de la ecuación diferencial lineal homogénea y completa. Método de variación de la constante.
4. **Ecuaciones lineales homogéneas de 2º orden**. Ecuaciones diferencial lineal completa de 2º orden. Teorema de existencia y unicidad del problema de valor inicial. Estructura de espacio vectorial del conjunto de soluciones de la ecuación diferencial lineal homogénea. Uso del wronskiano para estudiar la independencia lineal de soluciones de la ecuación lineal homogénea. Reducción de orden.
5. **Ecuaciones lineales homogéneas de 2º orden con coeficientes constantes**. Polinomio característico. Obtención de una base del conjunto de soluciones de la ecuación lineal según las raíces del polinomio característico.
6. **Ecuaciones lineales completas de 2º orden**. Estructura del conjunto de soluciones. Método de variación de las constantes. Método de los coeficientes indeterminados. Reducción de orden.
7. **Transformada de Laplace**. Definición y principales propiedades de la transformada de Laplace y de la transformada inversa de Laplace. Aplicación a la resolución de problemas de valor inicial. Función escalón. Integral de convolución.
8. **Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales**. Problema de contorno. Problema de conducción de calor.
9. **Métodos numéricos**. Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias. Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

# CONTENTS OF THE COURSE

- **Complex variables**

**1. Complex numbers**. Sums and products. Basic algebraic properties. Complex conjugates. Moduli. Polar form. Powers. Roots of complex numbers.

**2. Analytic functions**. Functions of a complex variable. Mappings. Limits. Continutity. Derivatives. Cauchy-Riemann equations. Analytic functions. Harmonic functions.

**3. Elementary functions**. The exponential function. Trigonometric functions. The logarithmic function. Complex exponents. Hyperbolic functions.

**4. Integrals**. Definite integrals of complex functions of a real variable. Contour integrals. Antiderivatives. The Cauchy-Goursat theorem. The Cauchy integral formula.

**5. Series**. Taylor series. Laurent series. z-transform. Fourier series.

- **Differential equations**

**1. First order differential equations**.

**2. Separable equations and exact equations**.

**3. First order linear equations**.

**4. Second order linear homogeneous equations**.

**5. Second order linear homogeneous equations with constant coefficients**.

**6. Second order linear nonhomogeneous equations.**

**7. The Laplace transform.**

**8. Partial differential equations.**

**9. Numerical methods.**

# ACTIVIDADES FORMATIVAS

La dedicación de **150-180h** (6 ECTS) a la asignatura Ecuaciones Diferenciales se divide en las siguientes actividades formativas:

- Clases presenciales teóricas: 60 horas
- Tutorías: 2 horas
- Estudio personal: 90 horas
- Evaluación: 4 horas

# EVALUACIÓN

**CONVOCATORIA ORDINARIA**

Se realizará un examen sobre la parte de Variable Compleja el martes 13 octubre, que se valorará sobre 4 puntos.

En diciembre tendrá lugar un examen sobre el contenido de toda la asignatura. Este examen constará de dos partes: la primera sobre Variable Compleja, que se valorará sobre 4 puntos, y la segunda sobre Ecuaciones Diferenciales, que se valorará sobre 6 puntos.

La nota final N del alumno será calculada mediante la siguiente fórmula:

N = máximo ( $N_D$ ; $N_O$ + ED )

donde $N_D$ es las nota del examen de diciembre, $N_O$ es la nota del examen de octubre, y ED es la nota en Ecuaciones Diferenciales del examen de diciembre.

**CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA**

En enero se realizará un sólo examen semejante al examen de diciembre. La nota del alumno en esta convocatoria será la que obtenga en ese examen.

## HORARIOS DE ATENCIÓN

- **Jesús Gutiérrez Gutiérrez**: Jueves, Aula 6, 9.15h.-10.15h. (a partir del 17 de septiembre)
- **Marta de Zárraga Rodríguez:** Jueves, Aula 6, 10.15h.-11.15h. (a partir del 8 de octubre)

## BIBLIOGRAFÍA

- **Bibliografía básica:**
  - J. W. Brown y R. V. Churchill, *Complex Variables and Applications*, McGraw-Hill (cualquier edición). Localizalo en la biblioteca / Localízalo en la biblioteca (en castellano)
  - W. E. Boyce y R. C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, Wiley (cualquier edición). Localizalo en la biblioteca / Localízalo en la biblioteca (en castellano)
- **Bibliografía complementaria:**
  - T. M. Apostol, *Calculus*, vol. 1 y 2, John Wiley & Sons, 1967. Localízalo en la biblioteca (papel y electrónico)
  - T. M. Apostol, *Mathematical Analysis*, Addison-Wesley, 1974. Localízalo en la biblioteca (papel y electrónico)
  - W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis,* McGraw-Hill, 1976. Localízalo en la biblioteca