Universidad de Navarra

Métodos Numéricos en Sólidos y Fluidos (Ing. Gr.)

Guía docente 2025-26

PRESENTACIÓN

Breve descripción:

En esta asignatura se presentan los dos principales métodos numéricos que se utilizan en el análisis de flujos de fluidos (con transferencia de calor) y en el análisis estructural de sólidos (tensiones y deformaciones elásticas) que son el Método de los Volúmenes Finitos (MVF) y el Método de los Elemenos Finitos (MEF), respectivamente.

Se pretende que los alumnos conozcan los fundamentos matemáticos de los dos métodos numéricos, que sepan implementarlos y programarlos para resolver problemas ingenieriles sencillos y que sepan utilizar un software comercial en el que están implementados los dos métodos.

Titulación (Módulo/Materia):

- Ingeniería Mecánica (Bloque Especializado Mecánica/Diseño de Máquinas y Vehículos)

Detalles:

- **ECTS**: 4 ECTS
- **Curso, semestre**: 4.º curso, 2.º semestre
- **Carácter**: Obligatorio
- **Idioma**: Castellano

Profesores de la asignatura:

- López Barberena, Asier / Colaborador docente (albarberena@unav.es)
- Ramos González, Juan Carlos / Catedrático (jcramos@unav.es)
- Rivas Nieto, Alejandro / Catedrático (arivas@unav.es)
- Ruiz de Galarreta Moriones, Sergio / Profesor Contratado Doctor (sruiz@unav.es)

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Competencias)

INGENIERÍA MECÁNICA

CE19 - Conocimientos y capacidades para aplicar las técnicas de ingeniería gráfica.

CG3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

PROGRAMA

MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS

Tema 1. INTRODUCCIÓN AL CFD

- **Modelación Matemática en Ingeniería Térmica y de Fluidos**
- **Modelo Matemático Continuo**
  - Magnitudes y Tipos de Modelos
  - Dominio Espacial
  - Ecuaciones Diferenciales. Ecuación de Transporte
  - Condiciones Iniciales y de Contorno
- **Modelo Matemático Discreto**
  - **Discretización**Dominio Temporal
  - Dominio Espacial. Mallados 2D y 3D
  - Componentes e Información de la Malla

Tema 2. MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS (MVF). DIFUSIÓN

- **Conducción del Calor Estacionaria en Sólidos I. Mallas Ortogonales**
  - Enunciado
  - Aplicación del MVF.
  - Resolución Modelo Matemático Discreto
- **Conducción del Calor Estacionaria en Sólidos II. Mallas No Ortogonales**
  - Enunciado
  - Aplicación del MVF
  - Evaluación Numérica del Gradiente

Tema 3. MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS (MVF). CONVECCIÓN

- **Transferencia del Calor en un Fluido en Flujo Incompresible y Estacionario**
  - Enunciado
  - Aplicación del MVF
  - Esquemas Numéricos Upwind de Primer y Segundo Orden

Tema 4. ECUACIONES DE NAVIER-STOKES

- **Flujo Incompresible y Estacionario de un Fluido Newtoniano**
  - Enunciado
- **Problemáticas en la Resolución Numérica de las Ecuaciones de Navier-Stokes**
  - Esquema Numérico de Interpolación del Flujo Másico
  - Esquema Numérico de Interpolación de la Presión
- **Resolución del MMD**
  - Estrategias Segregada y Acoplada
- **Condiciones de Contorno**

MÉTODOS NUMÉRICOS EN SÓLIDOS

Tema 1. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

- **Introducción**
- **Ecuaciones Generales**
  - Principio Energía Potencial Estacionaria
  - Matriz de Rigidez y Funciones de Interpolación en elementos 1D

Tema 2. ELASTICIDAD 2D y 3D

- **Criterios de convergencia**
- **Elasticidad 2D**
  - **Campo de desplazamientos, deformaciones unitarias y tensiones**

    - Elemento triangular y rectangular
    - Elementos isoparamétricos
    - Formulación isoparamétrica
- Elasticidad 3D
    - Campo de desplazamientos, deformaciones unitarias y tensiones
    - Tipos de elementos
    - Formulación isoparamétrica

Tema 3. INTEGRACIÓN NUMÉRICA Y ALISADO DE TENSIONES

- Integración numérica
    - Método de Newton-Cotes
    - Cuadratura de Gauss
- Alisado de tensiones

Tema 4. FLEXIÓN DE VIGAS PLANAS

    - Teoría de Euler
    - Teoría de Timoshenko
    - Resolución por el MEF

Tema 5. TEORÍA DE PLACAS Y CÁSCARAS

- Teoría de placas
    - Flexión de placas
    - Teoría clásica de placas (Kirchhoff)
    - Teoría de placas de Mindlin-Reissner
    - Resolución por el MEF
- Teoría de cáscaras
    - Elementos cáscara
    - Resolución por el MEF

NUMERICAL METHODS IN THERMAL AND FLUID ENGINEERING

Unit 1. INTRODUCTION TO CFD

- Mathematical Modeling in Thermal and Fluid Engineering
- Continuous Mathematical Model
- Discrete Mathematical Model
- Discretization

Unit 2. FINITE VOLUMES METHOD (MVF). DIFFUSION

- Stationary Heat Conduction in Solids I. Orthogonal Meshes
- Stationary Heat Conduction in Solids II. Non-Orthogonal Meshes

Unit 3. FINITE VOLUMES METHOD (MVF). CONVECTION

- Heat Transfer in an Incompressible and Stationary Flow Fluid

Unit 4. NAVIER-STOKES EQUATIONS

- Incompressible and Stationary Flow of a Newtonian Fluid
- Problems in the Numerical Resolution of the Navier-Stokes Equations
- Resolution of the MMD
- Boundary Conditions

NUMERICAL METHODS IN SOLIDS

Unit 1. INTRODUCTION TO THE FINITE ELEMENTS METHOD (FEM)

- Introduction
- General Equations

Unit 2. 2D and 3D ELASTICITY

- Convergence criteria
- 2D elasticity
- 3D elasticity

Unit 3. NUMERICAL INTEGRATION AND TENSION SMOOTHING

- Numerical integration
- Strain relief

Unit 4. BENDING OF FLAT BEAMS

- Euler's theory
- Theory of Timoshenko
- Resolution by the MEF

Unit 5. THEORY OF PLATES AND SHELLS

- Plate theory
- Shell theory

ACTIVIDADES FORMATIVAS

En la parte de Métodos Numéricos en Ingeniería Térmica y de Fluidos las actividades formativas presenciales de los alumnos se organizan en forma de aproximadamente 10 horas de clase teóricas en las que se explican en qué consiste y cómo se aplica el Método de los Volúmenes Finitos y aproximadamente 9 horas de clases prácticas en las que se explican y se realizan dos prácticas guiadas y se deja tiempo para realizar parte de las tres prácticas evaluadas que tienen que hacer y entregar los alumnos.

En la parte de Métodos Numéricos en Sólidos las actividades formativas presenciales de los alumnos se organizan en forma de aproximadamente 12 horas de clase teóricas en las que se explican en qué consiste y cómo se aplica el Método de los Elementos Finitos y aproximadamente 7 horas de clases prácticas en las que se explican y se realizan dos prácticas guiadas y se deja tiempo para realizar una de las dosprácticas evaluadas que tienen que hacer y entregar los alumnos.

La distribución aproximada del tiempo de trabajo del alumno es la siguiente:

- 22 horas de clases teóricas del profesor de presentación y explicación de los conceptos.
- 16 horas de clases prácticas de realización de prácticas guiadas y prácticas evaluadas por parte de los alumnos.
- 30-40 horas de estudio y compresión de los temas teóricos por parte del alumno.
- 30-40 horas de realización de las prácticas evaluadas.
- 3 horas de examen.

EVALUACIÓN

Para aprobar la asignatura es necesario hacerlo en cada una de las dos partes, Fluidos y Sólidos, que la componen. Para la convocatoria extraordinaria se guarda la nota de la parte aprobada.

MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS (CFD)

Convocatoria Ordinaria

La calificación de esta parte de la asignatura tendrá la siguiente distribución:

- 3 Exámenes tipos test..... 45% (15% cada uno)
- 2 Prácticas Guiadas ..... 10% (5% cada una)
- 3 Prácticas Evaluadas ..... 45% (15% cada una)

Para aprobar esta parte de la asignatura será necesario sacar en cada uno de los exámenes tipos test una nota superior a un 3 (sobre 10).

Convocatoria Extraordinaria

En esta convocatoria el alumno sólo se evalúa de las partes suspendidas en la convocatoria ordinaria. Es decir, tendrá que realizar los exámenes tipo test en los que no haya sacado más de un 4 sobre 10 en la convocatoria ordinaria y tendrá que volver a entregar las prácticas evaluadas que tenga suspendidas.

MÉTODOS NUMÉRICOS EN SÓLIDOS

Convocatoria Ordinaria

La calificación de esta parte de la asignatura tendrá la siguiente distribución:

- Prácticas Guiadas 10%
- Trabajo Elasticidad 2D ..... 35% (25% la memoria y 10% la presentación)
- Ejercicio evaluado 10%
- Examen final ..... 45% (Examen teórico 25% y examen práctico 20%)

AVISO:

Para aprobar esta parte de la asignatura será necesario:

- Entregar las prácticas y el trabajo de Elasticidad 2D
- Sacar en la parte teórica del Examen Final una nota superior a un 3 (sobre 10)

- Sacar en la parte práctica del Examen Final una nota superior a un 3 (sobre 10)

Convocatoria Extraordinaria

La convocatoria extraordinaria constará de un examen final el cual contará el 100% de la nota (será necesario haber entregado las prácticas anteriormente)

HORARIOS DE ATENCIÓN

Para concertar una cita para atención de dudas por parte del profesor, envíen un mensaje de correo electrónico al profesor correspondiente:

- Ramos González, Juan Carlos / Catedrático (jcramos@unav.es)
- Rivas Nieto, Alejandro / Catedrático (arivas@unav.es)
- Ruiz de Galarreta Moriones, Sergio / Profesor Contratado Doctor (sruiz@unav.es)

BIBLIOGRAFÍA

MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics. An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab.

F. Moukalled. L. Mangani. M. Darwish. Localizalo en la biblioteca

Fluid Mechanics and Its Applications. Vol. 113.

Springer 2016

Numerical Heat Transfer and Fluid Flow

Suhas Patankar Localizalo en la biblioteca

Hemisphere Series on Computational Methods in Mechanics and Thermal science

CRC Press 1980

An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Methods

H. K. Versteeg & W. Malalasekera. Localizalo en la biblioteca

Ed. Longman.

2nd Edition 2007

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Computational Methods for Fluid Dynamics

J.H. Ferzinger & M. Peric.

Springer 2002.

Universidad de Navarra

MÉTODOS NUMÉRICOS EN SÓLIDOS

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural Localízalo en la biblioteca (versión electrónica)

J. T. Celigüeta

Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Universidad de Navarra, San Sebastián. 2010

Practical Stress Analysis with Finite Elements Localízalo en la biblioteca

B. J. Mac Donald.

Glasnevin Pub. 2008.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

The Finite Element Method. Vol 1. The Basis

O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor.

Fifth Edition, Butherworth-Heinemann, 2000

Biblioteca